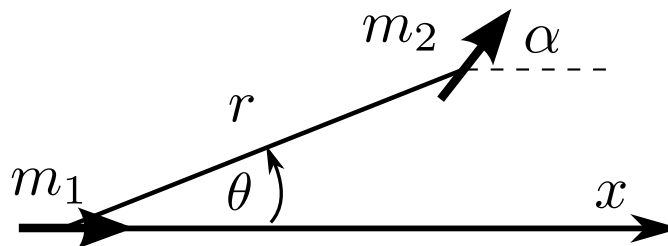


## WoPhO – 4. feladat

### Mágneses dipólus rezgése

Egy  $m_1$  mágneses nyomatékkal rendelkező dipólust helyezünk az origóba, melynek mágnesesnyomaték-vektora a  $+x$  irányba mutat.

1. Határozzuk meg a mágneses indukciót a tér minden pontjában.
2. Egy másik dipólust helyezünk az origótól  $r$  távolságra, ennek helyvektora  $\theta$  szöget zár be az  $x$ -tengellyel. A második dipólus  $m_2$  mágneses nyomatéka  $\alpha$  szöget zár be az  $x$ -tengellyel. Az elrendezés az 1. ábrán látható. Határozzuk meg a második dipólusra ható forgatónyomatékot.
3. Határozzuk meg a két dipólus közti kölcsönhatási energiát.
4. Határozzuk meg a második dipólusra ható erőt.
5. A két dipólust egy elhanyagolható tömegű fonállal összekötjük úgy, hogy a kettő távolsága  $r$  maradjon. Míg az első dipólus helye és iránya rögzített, a második szabadon mozoghat ( $r$  távolságban) az ábra síkjában, és irányítottsága is szabadon változhat. Írjuk fel a második dipólus mozgásegyenletét. A második dipólus tömege és tehetetlenségi nyomatéka rendre  $m$  és  $I$ .
6. Kezdetben a második dipólus rögzítve van az  $x$ -tengelyen, a mágneses nyomatéka  $\alpha_0 \ll 1$  szöget zár be az  $x$ -tengellyel. A második dipólus rögzítését  $t = 0$ -kor feloldjuk. Írjuk fel a második dipólus mozgásegyenletét, figyelembe véve, hogy  $\theta$  és  $\alpha$  kicsi. Legyen  $I = mr^2/5$ .
7. A rendszer harmonikus rezgést végez. Határozzuk meg a rezgés normál módusainak frekvenciáit. A rendszer normál módusban van, ha a rezgés paraméterei fázisban vannak, azaz így írhatók fel:  $\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \phi)$  és  $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \phi)$ .  $\omega$ -nak két lehetséges értéke van (jelölje ezeket  $\omega_1$  és  $\omega_2$ ). Határozzuk meg  $\omega_1$  és  $\omega_2$  értékét.
8. Az egyes normál módusokra határozzuk meg  $\alpha$  és  $\theta$  amplitúdóinak hányadosát,  $c_1 = \alpha_1/\theta_1$ -et és  $c_2 = \alpha_2/\theta_2$ -t.
9. A rendszert a következő összefüggések írják le:  
 $\theta = \theta_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \theta_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2)$ ;  
 $\alpha = c_1 \theta_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + c_2 \theta_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2)$ .  
 A kezdeti feltételek felhasználásával határozzuk meg  $\theta_1$ ,  $\phi_1$ ,  $\theta_2$  és  $\phi_2$  értékét.



1. ábra.