Radnai Gyula: Az elektromágnes húzóerejéről

1. A középiskolai fizikai képlettár (a „Négyjegyű …”, javított kiadás) 155. oldalán szerepel az elektromágnes emelőerejének alábbi formulája:

$$F = \frac{B^2 A}{2\mu_0}. \tag{1}$$

Hogyan kapjuk ezt a kifejezést?

Tegyük fel, hogy az elektromágnes vasmagja és a záróvasmag között x vastagságú, A területű légrés van. Ebben a légrésben a B vonalak a vas felületére merőlegesek, és folytonosan mennek át a vasból a légrésbe. A légrésben a mágneses energia sűrűsége $B^2/(2\mu_0)$ értékű[1]. A légrésen belüli energia tehát

$$W = \frac{B^2 A}{2\mu_0} \cdot x,$$

ennek ΔW növekedését okozza az elektromágnes F húzóereje ellen Δx úton végzett munka, midőn a légrés vastagságát kicsiny mértékben megnöveljük. Ebből már következik, hogy a húzóerő nagysága az (1) formulával adható meg.

2. Mikor és miért egyenlő a légrésbeli mágneses indukció értéke a vasmagbeli B értékkel?

Vegyünk egy vékony gyűrű alakú zárt vasmagot, és tekerjünk rá N menetes tekercset. Ha a tekercsbe I erősségű áramot vezetünk, akkor a vasgyűrűben mágneses mező alakul ki, a B vonalak körök lesznek, sűrűségük közel egyenletes. Jó közelítéssel mondhatjuk azt is, hogy a vason kívül B értéke zérus, a vason belül pedig

$$B = \mu \frac{IN}{2R\pi}$$

(R a gyűrű középvonalának sugara). Ha most „keresztbe” (a középvonal érintőjére merőlegesen) elfűrészeljük valahol a gyűrűt (egy x vastagságú fűrésszel légrést vágunk bele), a B indukció nagysága a vasban gyakorlatilag változatlan marad, mivel $2R\pi - x \approx 2R\pi$. Ez nem lep meg senkit. A meglepő az, hogy az x szélességű légrésben is ugyanakkora B alakul ki, mint a vasban. A vasat körülvevő levegőben elhanyagolható volt B értéke. Most is az – kivéve a légrésbeli levegőt!

Mi az oka ennek? Szinte vicces, de egyedül az, hogy pontosan *keresztbe* fűrészeltük el a gyűrűt. A mágneses mezőre érvényes Gauss-törvényből ugyanis következik, hogy ha két különböző permeabilitású közeg határánál a $\mathbf{B}$ vektor merőleges a határfelületre, akkor B értéke a két közegben ugyanannyi kell legyen. Ha viszont „ferdén” fűrészeltük volna el a gyűrűt, akkor bizony B értéke a légrésben lényegesen más lett volna, mint a vasban. Ad abszurdum képzeljük el, hogy a vasat nem elfűrészeljük, hanem a középvonala mentén egy „alagutat” fúrunk bele. Rúd helyett cső alakú zárt vasmag keletkezik. Ekkor az „alagútban” ugyanúgy elhanyagolható lesz B értéke, mint a csövön kívül.

3. *Mágneses körök.*

Képzeljük el, hogy a gyűrű alakú zárt vasmagot most nem fűrészeljük el, viszont több, különböző permeabilitású szegmensből rakjuk össze úgy, hogy minden határfelület az ottani érintőre merőleges legyen. Hogyan számíthatjuk ki most a kialakuló *közös* B értékét? Az Ampère-féle gerjesztési törvény ekkor így írható:

$$\frac{B}{\mu_1} l_1 + \frac{B}{\mu_2} l_2 + \ldots = NI, \tag{2}$$

ahol $l_1 + l_2 + \ldots = 2R\pi$. A (2) egyenletet kissé átalakítva kapjuk:

$$I = \frac{B}{N} \left(\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2} + \ldots \right).$$

Fejezzük ki B-t a Φ mágneses fluxussal:

$$I = \frac{\Phi}{N} \left(\frac{1}{\mu_1} \frac{l_1}{A} + \frac{1}{\mu_2} \frac{l_2}{A} + \ldots \right). \tag{3}$$

A zárójelben álló kifejezés arra ihlette az analógiákat szerető mérnököket, hogy az egészet elnevezzék *mágneses ellenállásnak.* Ha ugyanis különböző fajlagos ellenállású és hosszúságú vezetőkből állítunk össze egy elektromos áramkört, amelybe egy U feszültségű telepet iktatunk, akkor (3)-hoz hasonló összefüggést írhatunk fel:

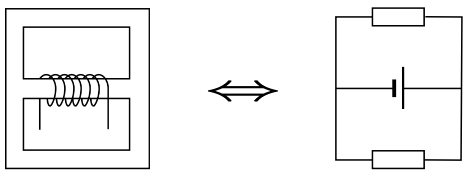
$$U = I \left(\varrho_1 \frac{l_1}{A} + \varrho_2 \frac{l_2}{A} + \ldots \right).$$

[1] Ennek levezetését lásd pl. a Holics László által írt gimnáziumi fizika tankönyvben.

Ahogyan az elektromos áramközben U-val arányos lesz I, s az arányossági tényező a sorba kapcsolt ohmos ellenállások összege, ugyanúgy a „mágneses körben” I-vel arányos lesz az egy menetre jutó fluxus (Φ/N), s az arányossági tényező a sorba kapcsolt „mágneses ellenállások” összege.

Mágneses ellenállásokkal ugyanúgy lehet számolni az elágazó mágneses körökben, mint az ohmos ellenállásokkal az elágazó elektromos hálózatokban. Ezt illusztrálja az alábbi példa:

$$\frac{\Phi}{N} = I\left(\mu_1\frac{A_1}{l_1} + \mu_2\frac{A_2}{l_2}\right) \qquad\qquad I = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

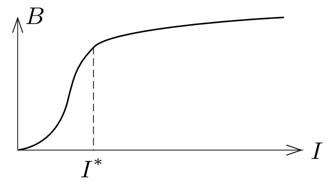


1. ábra

4. *A ferromágneses anyag permeabilitása.*

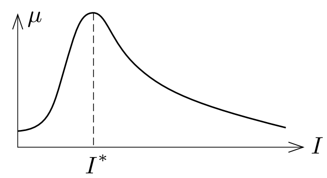
Ma már nagyon sok, különböző tulajdonságú ferromágneses anyag létezik. Ezek tulajdonságait aszerint alakították ki az anyagfizikusok, kémikusok, mérnökök, hogy mire akarták használni őket. Az elektromágnes vasmagja például csak lágy mágneses anyag lehet, ami akkor és csak akkor viselkedik mágnesként, amikor az elektromágnes tekercsében áram folyik. $I = 0$ esetén ugyanis el kell engednie a felemelt tárgyat, – ha nem így lenne, nagy baj lenne. Az alkalmas, lágy mágneses vasat hívják lágyvasnak (mechanikailag persze ettől még igencsak kemény lehet ...).

A zárt lágyvas-gyűrűben kialakuló B mágneses indukció a gerjesztő tekercsben folyó I áram függvényében általában a *2. ábrán* láthatóhoz hasonló.



2. ábra

Ez a mágnesezési görbe egy enyhe meredekségű lineáris szakasszal indul, fokozatosan lesz egyre meredekebb (a maximális meredekség a kezdetinek akár 100-szorosa is lehet), majd a meredekség fokozatosan csökken, s végül újra egy enyhén emelkedő egyenesbe megy át. Mindegyik szakasznak más-más anyagszerkezeti magyarázata van, ezt most nem boncolgatjuk. Helyette vizsgáljuk meg a lágyvas permeabilitásának a gerjesztő áramtól való függését! A permeabilitás a *2. ábráról* leolvasható B/I hányadossal arányos, tehát a *3. ábrán* vázolt görbéhez hasonló jellegű.



3. ábra

A kiszámított $\mu(I)$ függvényből meghatározható a $\mu(B)$ függvény is, amelynek bizonyos I^* értékhez tartozó indukciónál szintén maximuma van, de az I^*-nál jóval nagyobb áramoknak megfelelő tartományban akár egy (negatív meredekségű) egyenessel is közelíthető[2].

[2] Erre látunk példát a **P. 3341.** számú kitűzött feladatban.