



Oktatási Hivatal

A 2015/2016. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló

MATEMATIKA II. KATEGÓRIA
(GIMNÁZIUM)

FELADATOK

1. Legyen n pozitív egész szám és jelölje $n!!$ az n -nél nem nagyobb, vele azonos paritású pozitív egész számok szorzatát. Igazoljuk, hogy $2016!! - 2015!!$ osztható 2017-tel.

2. Mekkora lehet az x és y egész számok szorzata, ha

$$(6x)_5 + 4y = 508, \quad \text{és} \quad (6y)_5 - (2x)_7 = 64,$$

ahol az m és k egész számokra $(m)_k$ értéke k -nak az m -hez legközelebbi többese.

3. Az ABC szabályos háromszöget behajtjuk úgy, hogy az A csúcs a BC oldal B -hez közelebbi H harmadoló pontjába essen. A hajtási vonalnak az AB illetve az AC oldalakkal vett metszéspontja legyen M illetve N . Határozzuk meg a BHM háromszög és a CNH háromszög területének arányát.

4. Határozzuk meg azokat a pozitív p prímszámokat, amelyekre az alábbi tört értéke négyzetszám:

$$\frac{2^{p-1} - 1}{p}.$$

Valamennyi feladat 7 pontot ér.