



Oktatási Hivatal

A 2016/2017. tanévi Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny

döntő forduló

MATEMATIKA I. KATEGÓRIA (SZAKGIMNÁZIUM, SZAKKÖZÉPISKOLA)

FELADATOK

1. Felírtuk egy táblára az $1, 2, 3, \dots, 2015, 2016$ számokat. Egy lépésben két tetszőleges számot letörölve közülük, vagy az összegüket, vagy a különbségük abszolútértékét írjuk helyettük a táblára. Ilyen lépések sorozatával a táblán levő számok darabszáma csökken, végül egy szám marad a táblán.

Lehet-e az utolsó szám

- a) 2017
- b) 2016?

2. A síkon a C és D pontok az AB szakasz által meghatározott egyenes ugyanazon oldalára esnek úgy, hogy az ABC és ABD háromszögek körülírt köre azonos. Legyen az ABC háromszög beírt körének középpontja E , az ABD háromszög beírt körének középpontja F , a C és D pontokat nem tartalmazó AB ív felezőpontja G . Bizonyítsa be, hogy az A, B, E, F pontok egy G középpontú körön helyezkednek el!

3. A valós számok halmazán értelmezett egész együtthatós

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \cdot b \cdot c \neq 0)$$

függvényről tudjuk, hogy

$$f(a) = f(b) = f(c) = 0.$$

Adja meg az összes ilyen tulajdonságú függvényt!

Mindegyik feladat helyes megoldása 10 pontot ér.